

ECUACIONES DE GRADO UNO

A. Introducción teórica

B. Ejercicios resueltos

A. INTRODUCCIÓN TEÓRICA

En una ecuación no es necesario conocer el valor de todos los términos que aparecen en ella. El verdadero juego consiste en encontrar, mediante diversas artimañas, el valor del término desconocido, siempre que se conozcan los demás, claro está.

En las ecuaciones de grado 1, el factor desconocido está elevado a exponente 1. Ese valor desconocido se suele llamar *incógnita* y se representa con la letra x , aunque perfectamente podríamos usar la y , la z o cualquier otro símbolo.

Las ecuaciones de grado 1 son aquellas que se pueden expresar siempre del siguiente modo:

$$ax + b = 0$$

Resolver una ecuación consiste en dejar a la incógnita "sola", aislada en uno de los dos miembros del signo "=".

Si escribiésemos siempre las ecuaciones de grado 1 de la forma $ax + b = 0$, para resolverlas bastaría aplicar la fórmula siguiente:

$$x = -\frac{b}{a}$$

Pero vamos a resolver ecuaciones aplicando un poco de ingenio, buscando la libertad, huyendo de las recetas de las fórmulas que nos llevan a la solución sin pensar.

Decíamos que resolver una ecuación era dejar a la incógnita sola. Para una ecuación de grado 1, aislar a la incógnita de todos sus compañeros es, teóricamente, muy sencillo. Sólo es necesario conocer una serie de reglas que ahora veremos.

Reglas para despejar la x:

Si la x está siendo:	
sumada por un término	→ el término pasa al otro miembro restando
restada por un término	→ el término pasa al otro miembro sumando
dividida por un término	→ el término pasa al otro lado multiplicando
multiplicada por un término	→ el término pasa al otro lado dividiendo

B. Ejercicios resueltos

1. $x+2=4$

$x = 4 - 2$

$x = 2$

$\Rightarrow 9x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{9} = 2$

2. $x - 4 = 12$

$x = 12 + 4$

$x = 16$

8. $9x - 2 = 4 - 2$

$9x = 4 - 2 + 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 9x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{9}$

3. $30x = 60$

$x = \frac{60}{30} = 2$

9. $16x + 3 - 4 - 2 = -4 - 2$

$16x = -4 - 2 + 4 + 2 - 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow 16x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{16}$

4. $3x = -4$

$x = -\frac{4}{3}$

10. $12x - 2 - 4 = -3 - 4 - 4$

$12x = -3 - 4 - 4 + 2 + 4 \Rightarrow$

$12x = -3 - 4 - 4 + 2 + 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow 12x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{12}$

5. $-2x = -14$

$x = \frac{-14}{-2} = \frac{14}{2} = 7$

11. $4x - x + x = 3 + 10$

$4x = 13 \Rightarrow x = \frac{13}{4}$

6. $2x + 2 = 12$

$2x = 12 - 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{2} = 5$

7. $9x - 4 = 14$

$9x = 14 + 4 \Rightarrow$

$$12. \frac{x}{3} + \frac{2}{7} = \frac{1}{3}$$

Solución:

m.c.m(3,7) = 21 . Entonces:

$$\frac{x \cdot 7}{21} + \frac{2 \cdot 3}{21} = \frac{1 \cdot 7}{21} \Rightarrow \frac{7x}{21} + \frac{6}{21} = \frac{7}{21} \Rightarrow 7x + 6 = 7 \Rightarrow 7x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{7}$$

$$13. \frac{x}{3} - \frac{1}{4} = 2$$

Solución:

m.c.m(4,3) = 12 . Entonces:

$$\frac{x \cdot 4}{12} + \frac{1 \cdot 3}{12} = \frac{2 \cdot 12}{12} \Rightarrow \frac{4x}{12} + \frac{3}{12} = \frac{24}{12} \Rightarrow 4x + 3 = 24 \Rightarrow 4x = 21 \Rightarrow x = \frac{21}{4}$$

$$14. \frac{3x}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

Solución:

m.c.m(2,4) = 4 . Entonces:

$$\frac{3x \cdot 2}{4} + \frac{3 \cdot 1}{4} = \frac{1 \cdot 2}{4} \Rightarrow \frac{6x}{4} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} \Rightarrow 6x + 3 = 2 \Rightarrow 6x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{6}$$

$$15. \frac{5x}{6} - \frac{1}{7} = \frac{3}{3} - 5$$

Solución:

m.c.m(3,6,7) = 42 . Entonces:

$$\frac{5x \cdot 7}{42} - \frac{1 \cdot 6}{42} = \frac{3 \cdot 12}{42} - \frac{5 \cdot 42}{42} \Rightarrow \frac{35x}{42} + \frac{6}{42} = \frac{36}{42} - \frac{210}{42} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 35x + 6 = 36 - 210 \Rightarrow 36x = 36 - 210 - 6 \Rightarrow 36x = 180 \Rightarrow x = \frac{180}{36} = 5$$

$$16. -\frac{11x}{2} + \frac{14}{6} - 1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

Solución:

m.c.m(2,4,6,8) = 24. Entonces:

$$\begin{aligned} -\frac{11x \cdot 12}{24} + \frac{14 \cdot 4}{24} - \frac{1 \cdot 24}{24} &= \frac{1 \cdot 6}{24} + \frac{1 \cdot 3}{24} \Rightarrow -\frac{132x}{24} + \frac{56}{24} - \frac{26}{24} = \frac{6}{24} - \frac{3}{24} \Rightarrow \\ \Rightarrow -132x + 56 - 26 &= 6 - 3 \Rightarrow 132x = -27 \Rightarrow x = -\frac{27}{132} = -\frac{9}{44} \end{aligned}$$

17. $\frac{3x}{2} + x - 2 = \frac{1}{4} + 2x$

Solución:

m.c.m(2,4) = 4. Entonces:

$$\begin{aligned} \frac{3x \cdot 2}{4} + \frac{x \cdot 4}{4} - \frac{2 \cdot 4}{4} &= \frac{1 \cdot 1}{4} + \frac{2x \cdot 4}{4} \Rightarrow \frac{6x}{4} + \frac{4x}{4} - \frac{8}{4} = \frac{1}{4} + \frac{8x}{4} \Rightarrow \\ \Rightarrow 6x + 4x - 8 &= 1 + 8x \Rightarrow 6x + 4x - 8x = 1 + 8 \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2} \end{aligned}$$

18. $-4(3-x) = -3$

Solución:

$$-4 \cdot 3 + 4 \cdot x = -3 \Rightarrow -12 + 4x = -3 \Rightarrow 4x = -3 + 12 \Rightarrow 4x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

19. $-4(3-x) - (-3-5x) = -1+x$

Solución:

$$-12 + 4x + 3 + 5x = -1 + x \Rightarrow 4x + 5x - x = -1 - 3 + 12 \Rightarrow 8x = 8 \Rightarrow x = 1$$

20. $-4(3-x) - (-3-5x) = 2(x-3x-1)$

Solución:

$$\begin{aligned} -12 + 4x + 3 + 5x &= 2x - 6x - 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 4x + 5x - 2x + 6x &= -2 + 12 - 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow 13x &= 7 \Rightarrow x = \frac{7}{13} \end{aligned}$$

21. $\frac{x-1}{2} = \frac{x}{8}$

Solución:

m.c.m(2,8) = 8. Entonces:

$$\frac{(x-1) \cdot 4}{8} = \frac{x \cdot 1}{8} \Rightarrow (x-1) \cdot 4 = x \Rightarrow 4x - 4 = x \Rightarrow 4x + x = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{5}$$

$$22. \frac{x+1}{3} + \frac{x+1}{6} = \frac{3}{2}$$

Solución:

m.c.m(2,3,6) = 6. Entonces:

$$\frac{(x+1) \cdot 2}{6} + \frac{(x+1) \cdot 1}{6} = \frac{3 \cdot 3}{6} \Rightarrow (x+1) \cdot 2 + (x+1) \cdot 1 = 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x + 2 + x + 1 = 9 \Rightarrow 2x + x = 9 - 2 - 1 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{3} = 2$$

$$23. \frac{3(x-4)}{2} + \frac{5(2x+1)}{3} = \frac{2x}{4}$$

Solución:

m.c.m(2,3,4) = 12. Entonces:

$$\frac{3(x-4) \cdot 6}{12} + \frac{5(2x+1) \cdot 4}{12} = \frac{2x \cdot 3}{12} \Rightarrow 18(x-4) + 20(2x+1) = 6x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 18x - 72 + 40x + 20 = 6x \Rightarrow 18x + 40x - 6x = 72 - 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 52x = 52 \Rightarrow x = \frac{52}{52} = 1$$

$$24. \frac{3(2x-4+x)}{2} - \frac{5(2x-1)}{3} = \frac{2(x-3)}{4}$$

Solución:

m.c.m(2,3,4) = 12. Entonces:

$$\frac{3(2x-4+x) \cdot 6}{12} - \frac{5(2x-1) \cdot 4}{12} = \frac{2(x-3) \cdot 3}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 18(3x-4) - 20(2x-1) = 6(x-3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 54x - 72 - 40x + 20 = 6x - 18 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 54x - 40x - 6x = -18 + 72 - 20 \Rightarrow 8x = 34 \Rightarrow x = \frac{34}{8} = \frac{17}{4}$$

25. $\frac{1}{x} = 2$

Solución:

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{1 \cdot 1}{x} = \frac{2 \cdot x}{x} \Rightarrow 1 = 2x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

26. $\frac{3}{2} = \frac{5}{7x}$

Solución:

$$\frac{3 \cdot 7x}{14x} = \frac{5 \cdot 2}{14x} \Rightarrow 21x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{21}$$

27. $\frac{5}{2} = \frac{1}{7x} - 1$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{5 \cdot 7x}{14x} &= \frac{1 \cdot 2}{14x} - \frac{1 \cdot 14x}{14x} \Rightarrow 21x = 2 - 14x \Rightarrow 21x + 14x = 2 \Rightarrow 35x = 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = \frac{2}{35} \end{aligned}$$

28. $\frac{5}{2} + 3 = \frac{1}{3x} - 2$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{5 \cdot 3x}{6x} + \frac{3 \cdot 6x}{6x} &= \frac{1 \cdot 2}{6x} - \frac{2 \cdot 6x}{6x} \Rightarrow 15x + 18x = 2 - 12x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 15x + 18x + 12x = 2 \Rightarrow 45x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{45} \end{aligned}$$

29. $\frac{2x}{1-x} = \frac{3}{5}$

Solución:

$$\frac{2x \cdot 5}{(1-x) \cdot 5} = \frac{3 \cdot (1-x)}{(1-x) \cdot 5} \Rightarrow 10x = 3 - 3x \Rightarrow 10x + 3x = 3 \Rightarrow 13x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{13}$$

$$30. 1 - \frac{\frac{1}{2}}{x} = 1$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1} - \frac{\frac{1}{2}}{x} &= -\frac{1}{1} \Rightarrow \frac{1 \cdot x}{x} - \frac{\frac{1}{2} \cdot 1}{x} = -\frac{1 \cdot x}{x} \Rightarrow x - \frac{1}{2} = -x \Rightarrow x + x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow x &= \frac{1}{2 \cdot 2} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \end{aligned}$$
